

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS  
LINGUAGENS FORMAIS  
PROF.<sup>A</sup> SIMONE COSTA  
EXERCÍCIOS REVISAO - LISTA 1

---

1. Classifique em verdadeiro ou falso, justificando:

- |                                  |  |                                      |
|----------------------------------|--|--------------------------------------|
| a) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ | b) $\{a, a, b, c\} = \{a, b, c\}$        | c) $\{a\} = \{a, \{a\}\}$            |
| b) $\emptyset = \{\emptyset\}$   | e) $\{a\} \in \{a, \{a\}\}$              | f) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ |
| g) $\{a\} \subset \{a, \{a\}\}$  | h) $\{\emptyset\} \in \{\{\emptyset\}\}$ |                                      |

2. Sejam A e B subconjuntos de E. Prove as igualdades, através da inclusão de conjuntos em cada direção.

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $A \cup (B \cap A) = A$
- $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$
- $(A \cap B')' \cup B = A' \cup B$

3. Para cada uma das afirmações que seguem determine se ela é verdadeira ou falsa, e se é falsa, dê um contra-exemplo.

- Se  $x \in A$  e  $A \in B$ , então  $x \in B$ .
- Se  $A \subseteq B$  e  $B \in C$ , então  $A \in C$ .
- Se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq C$ , então  $A \subseteq C$ .
- Se  $x \in A$  e  $A \subseteq B$ , então  $x \notin B$ .
- Se  $A \subseteq B$  e  $x \notin B$ , então  $x \notin A$ .

4. Demonstre pelo princípio da indução as seguintes propriedades:

a)  $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

b)  $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

c)  $\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

d)  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$

e)  $1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$ , para  $a \neq 0, a \neq 1$

f)  $n! \geq 2^n$ , para todo  $n \geq 4$ .

g)  $n! \geq 4^n$ , para todo  $n \geq 9$ .

h)  $5 \mid (8^n - 3^n)$ , para todo  $n \geq 0$ .

i)  $7 \mid (3^{2n+2} - 2^{n+1})$ , para todo  $n \geq 0$ .

j)  $10^0 + 10^1 + 10^2 + \dots + 10^n = \frac{10^{n+1} - 1}{9}, \forall n \geq 0$ .