Programação em Lógica

1ª aula

Universidade do Vale do Rio dos Sinos
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Bacharelado em Ciência da Computação
Profa. Ana Paula Lüdtke Ferreira

Lógica

- Lógica é o estudo dos argumentos
- Objetivos na Ciência da Computação
  - Desenvolvimento de linguagens de modelagem e especificação com o objetivo de permitir o raciocínio sobre situações e sistemas;
  - Desenvolvimento de argumentos sobre situações específicas, que possam ser validados ou refutados.

Argumentos

- Todos os números racionais podem ser expressos como o quociente de dois números inteiros. Contudo, pi não pode ser expresso como o quociente de dois números inteiros. Portanto, pi não é um número racional. Evidentemente, pi é um número. Logo, existe pelo menos um número não racional.

Premissas e conclusões

- Todos os números racionais podem ser expressos como o quociente de dois números inteiros.
- Contudo, pi não pode ser expresso como o quociente de dois números inteiros.
- Portanto, pi não é um número racional.
- Evidentemente, pi é um número.
- Logo, existe pelo menos um número não racional.

Exemplo de argumento

- Se o avião chegar atrasado e não houver táxis no aeroporto, então João chegará atrasado para sua reunião. João não chegou atrasado à reunião, mas seu avião chegou atrasado. Portanto, havia táxis no aeroporto.

Outro exemplo de argumento

- Se estiver chovendo e Maria não tiver levado sua sombrinha ela irá se molhar. Maria não se molhou, apesar de estar chovendo. Então Maria levou sua sombrinha com ela.

Comparando os dois

- Se o avião chegar atrasado e não houver táxis no aeroporto, então João chegará atrasado para sua reunião. João não chegou atrasado à reunião, mas seu avião chegou atrasado. Portanto, havia táxis no aeroporto.
- Se estiver chovendo e Maria não tiver levado sua sombrinha ela irá se molhar. Maria não se molhou, apesar de estar chovendo. Então Maria levou sua sombrinha com ela.

Comparando de novo

- Se o avião chegar atrasado e não houver táxis no aeroporto, então João chegará atrasado para sua reunião. João não chegou atrasado à reunião, mas seu avião chegou atrasado. Portanto, havia táxis no aeroporto.
- Se estiver chovendo e Maria não tiver levado sua sombrinha ela irá se molhar. Maria não se molhou, apesar de estar chovendo. Então Maria levou sua sombrinha com ela.

Estrutura de um argumento

- Argumentos diferentes podem possuir a mesma estrutura:
  - o avião está atrasado --- está chovendo
  - há táxis no aeroporto --- Maria levou sua sombrinha
  - João está atrasado --- Maria vai se molhar

O mesmo argumento

(Mas sem avião, chuva, táxis e sombrinhas)

Se p e não q então r. Não r. p. Então q.

Se p e não q então r. Não r. p. Então q.

Se p e não q então r. Não r. p. Então q.

Lógica matemática

- Foco na estrutura do argumento, e não no seu significado (que naturalmente tem interesse no domínio da aplicação)
- Necessidade de uma linguagem formal capaz de expressar sentenças que possuam uma estrutura lógica.

Proposições

- Proposição - sentença declarativa com um valor verdade atribuído
- Sentenças declarativas:
  - A soma dos números 3 e 5 é o número 8.
  - Jane reagiu violentamente às acusações.
  - Todo número natural é resultado da soma de dois números primos.
  - Todos os marcianos gostam de pizza.

Lógica proposicional - sintaxe

- Alfabeto:
  - Conjunto infinitamente contável de *letras proposicionais*
  - Constantes para representação dos valores *verdadeiro* e *falso*
  - Conjunto finito de conectivos lógicos
  - Parênteses
- $\{p,q,r,s,t,...\} \cup \{T,\perp\} \cup \{\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow\} \cup \{(,)\}$

Lógica proposicional - sintaxe

- Gramática:
  - Se x é uma letra proposicional, T ou $\perp$, então x é uma fórmula da lógica proposicional;
  - Se x é uma fórmula da lógica proposicional, então $\neg$x também é uma fórmula da lógica proposicional;
  - Se x e y são fórmulas da lógica proposicional, então $(x\wedge y)$, $(x\vee y)$, $(x\rightarrow y)$ e $(x\leftrightarrow y)$ também são fórmulas da lógica proposicional.

Lógica proposicional - semântica

x	y	T	$\vee$	$\leftarrow$	x	$\rightarrow$	y	$\leftrightarrow$	$\wedge$	$\neg\wedge$	$\neg\leftrightarrow$	$\neg$ y	$\neg\rightarrow$	$\neg$ x	$\neg\leftarrow$	$\neg\vee$	$\perp$
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

Avaliação

- Uma *avaliação booleana* é um mapeamento υ do conjunto de fórmulas proposicionais no conjunto de valores verdade {v,f} tal que:
  - $\upsilon(T)=v$, $\upsilon(\perp)=f$
  - $\upsilon(\neg x)= \neg\, \upsilon(x)$
  - $\upsilon(x\bullet y)= \upsilon(x) \bullet \upsilon(y)$ para $\bullet\in \{\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow\}$

Formalização de sentenças

- Está chovendo.
- Não está chovendo.
- Está chovendo ou nevando.
- Está chovendo e nevando.
- Está chovendo mas não está nevando.
- Não está chovendo nem nevando.
- Se não está chovendo, então está nevando.
- Não é verdade que se não está chovendo então está nevando.

Formalização de sentenças

- Não é verdade que se está nevando então está chovendo.
- Está chovendo se e somente se não está nevando.
- Não é verdade que está chovendo ou nevando.
- Se está nevando e chovendo, então está nevando.
- Se não está chovendo, então não é verdade que está nevando e chovendo.
- Ou está chovendo, ou está nevando e chovendo.
- Ou está chovendo e nevando ou está nevando mas não está chovendo.

Avaliação - exemplo

- Suponha uma fórmula contendo três letras proposicionais, p, q e r, onde $\upsilon(p)=v$, $\upsilon(q)=f$ e $\upsilon(r)=f$. A avaliação da fórmula $\neg(p \wedge \neg q) \rightarrow r$ é a seguinte:
  - $\upsilon(\neg(p \wedge \neg q) \rightarrow r) = \upsilon(\neg(p \wedge \neg q)) \rightarrow \upsilon(r) =$
  - $\neg(\upsilon(p \wedge \neg q)) \rightarrow \upsilon(r) = \neg(\upsilon(p) \wedge \upsilon(\neg q)) \rightarrow \upsilon(r) =$
  - $\neg(\upsilon(p) \wedge \neg\, \upsilon(q)) \rightarrow \upsilon(r) =$
  - $\neg(v \wedge \neg f) \rightarrow f = \neg(v \wedge v) \rightarrow f = \neg v \rightarrow f = f \rightarrow f =$
  - v

Conseqüência lógica |—

- Diz-se que uma fórmula é uma *conseqüência lógica* de um conjunto de fórmulas se sempre que estas forem verdadeiras aquela também seja verdadeira.
- Um argumento é dito *válido* se sua conclusão é conseqüencia lógica de suas premissas.

Formalização de argumentos

- Se Deus existe, então a vida tem significado. Deus existe. Portanto a vida tem significado.
- Deus não existe. Pois, se Deus existisse, a vida teria significado. Mas a vida não tem significado.
- Se o avião não tivesse caído, nós teríamos feito contato pelo rádio. Não fizemos contato pelo rádio. Portanto, o avião caiu.
- Como hoje não é quinta-feira, deve ser sexta-feira. Hoje é quinta-feira ou sexta-feira. Se hoje é quinta-feira, então amanhã é sexta-feira. Se amanhã é sexta-feira, então depois de amanhã será sábado. Conseqüentemente, se hoje é quinta-feira, depois de amanhã será sábado.
- Hoje é um fim-de-semana somente se hoje é sábado ou domingo. Hoje não é sábado. Hoje não é domingo. Portanto, hoje não é um fim-de-semana.

Formalização de argumentos

- Hoje é um fim-de-semana se e somente se hoje é sábado ou domingo. Portanto, hoje é um fim-de-semana, uma vez que hoje é sábado.
- Hoje é um fim-de-semana se hoje é sábado ou domingo. Mas hoje não é um fim-de-semana. Portanto, hoje não é sábado e hoje não é domingo.
- A proposta de auxílio está no correio. Se os árbitros a receberem até sexta-feira, eles a analisarão. Portanto, eles a analisarão porque se a proposta estiver no correio, eles a receberão até sexta-feira.
- Ela não está em casa ou não está atendendo ao telefone. Mas, se ela não está em casa, então ela foi seqüestrada. E se ela não está atendendo ao telefone, ela está correndo algum outro perigo. Portanto, ela foi seqüestrada ou ela está correndo algum outro perigo.

Formalização de argumentos

- Fazer a disciplina de lógica é uma condição necessária para se formar em Ciência da Computação na UNISINOS. Eu ainda não fiz a disciplina de lógica, então não sou formado em Ciência da Computação na UNISINOS.
- Entender matemática é condição necessária para ir bem na prova. Ir bem na prova é condição suficiente para passar de ano. Então entender matemática é condição necessária para passar de ano.