

# Programação em Lógica

2ª aula

Enunciados categóricos e  
Lógica de Primeira Ordem

## Conseqüência Lógica

- ◆ Diz-se que uma fórmula é uma conseqüência lógica de um conjunto de fórmulas se sempre que estas forem verdadeiras aquela também seja verdadeira.
- ◆ Um argumento é dito válido se sua conclusão é conseqüência lógica de suas premissas.

## Argumento válido?

Todos os homens são mortais.

Sócrates é homem.

∴ Sócrates é mortal.

Formalização deste argumento na lógica proposicional:  $p, q \vdash r$

## Limites da lógica proposicional

A lógica proposicional trata das relações lógicas geradas pelos operadores  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$  e  $\leftrightarrow$ .

Mas a validade de alguns argumentos não depende somente desses operadores...

Alguns quadrúpedes são leões.

Todos os leões são carnívoros.

∴ Alguns quadrúpedes são carnívoros.

## Estruturas de argumentos

Alguns quadrúpedes são leões.

Todos os leões são carnívoros.

∴ Alguns quadrúpedes são carnívoros.

Algum Q é L.

Todo L é C.

∴ Algum Q é C.

## Análise da estrutura

Algum Q é L.

Todo L é C.

∴ Algum Q é C.

◆ O que significam Q, L e C?

- conjunto de objetos ou *classes de atributos*

## Enunciados categóricos

- ◆ Quantificador (todo, algum, nenhum,...)
- ◆ Classe de atributos (termo sujeito)
- ◆ Elo
- ◆ Classe de atributos (termo predicado)

## Exemplos

- ◆ Todo A é B
  - Todos os homens são mortais.
- ◆ Algum A é B
  - Alguns dos meus colegas me odeiam.
- ◆ Nenhum A é B
  - Nenhum homem é mulher.
- ◆ Algum A não é B
  - Alguns homens não são altos.

## Negação

- ◆ Alguns programas não funcionam.
  - O conjunto de todos os programas tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto das coisas que não funcionam.
- ◆ Não é verdade que alguns programas funcionam.
  - Não existe nenhum programa que funcione, ou seja, o conjunto de todos os programas não tem nenhum elemento em comum com o conjunto das coisas que funcionam.

## Validade de argumentos

- ◆ Como verificar se a conclusão é consequência lógica das premissas?

## Lógica de Predicados

- ◆ Sistema lógico definido a partir dos conceitos de lógica proposicional e de enunciados categóricos.
- ◆ **Algum S é P** – existe um elemento do conjunto **S** que também é elemento do conjunto **P**.
  - Existe um elemento  $x$ , sendo que  $x$  é um elemento de  $S$  e  $x$  é um elemento de  $P$ .
- ◆ **Todo S é P** – qualquer elemento do conjunto **S** também é um elemento do conjunto **P**.
  - qualquer que seja o elemento  $x$ , se  $x$  é um elemento de  $S$  então  $x$  é um elemento de  $P$ .

## Quantificação Existencial $\exists$

- ◆  $\exists$  - quantificador existencial, representando algum dos elementos de um universo.
  - $\exists x s(x)$  – existe um elemento  $x$ , e  $x$  pertence a  $s$
- ◆ Algum S é P
  - $\exists x (s(x) \wedge p(x))$
- ◆ Algum S não é P
  - $\exists x (s(x) \wedge \neg p(x))$

## Quantificação Universal $\forall$

- ◆  $\forall$  - quantificador universal, representando a totalidade dos elementos de um universo.
  - $\forall x s(x)$  – para qualquer  $x$ ,  $x$  pertence a  $s$
- ◆ Todo  $S$  é  $P$ 
  - $\forall x (s(x) \rightarrow p(x))$
- ◆ Nenhum  $S$  é  $P$ 
  - $\forall x (s(x) \rightarrow \neg p(x))$

## Formalização de enunciados

1. Todas os programas funcionam.
2. Nenhum programa funciona.
3. Alguns programas funcionam.
4. Alguns programas não funcionam.
5. Qualquer coisa funciona.
6. Alguma coisa funciona.
7. Nem tudo funciona.
8. Nada funciona.
9. Qualquer coisa é um programa que funciona.

## Formalização de enunciados

10. Faltou luz e todos os computadores estão desligados.
11. Se faltou luz, então todos os computadores estão desligados.
12. Algumas coisas estão ligadas e outras não estão.
13. Ou qualquer coisa está ligada ou nada está ligado.
14. Qualquer coisa ou está ligada ou não está ligada.
15. Todos os programas são programas.
16. Somente programas funcionam.
17. Se nada funciona, então não existem programas que funcionem.

## Predicados e nomes próprios

- ◆ Nem todos os enunciados contém quantificadores. Existem enunciados do tipo sujeito-predicado, os quais atribuem uma propriedade a uma pessoa ou coisa.
- ◆ Exemplos:
  - Sócrates é mortal  $\rightarrow$  mortal(sócrates)
  - João é homem  $\rightarrow$  homem(joão)

## Formalização de enunciados

1. João e Pedro são mecânicos.
2. Se Maria é psicóloga, então ela não é enfermeira.
3. Maria ama João.
4. João ama a si próprio.
5. João ama todo mundo.
6. Todo mundo ama João.
7. Qualquer pessoa ama a si mesma.
8. Existe alguém que se ama.
9. Existe alguém que Maria não ama.

11. Existe alguém que tanto João quanto Maria amam.
12. Todo mundo ama todo mundo.
13. Alguém ama alguém.
14. Existe alguém que ama todo mundo.
15. Todo mundo é amado por alguém.