

Programação em Lógica - Lista de Exercícios

Ana Paula Lüdtke Ferreira

10 de novembro de 2003

1. Formalize os argumentos abaixo, usando para isso lógica proposicional ou lógica de primeira ordem. Para cada argumento formalizado, explicitar o seguinte: (i) o significado das letras proposicionais ou o modelo para lógica de predicados usados, (ii) a adequação da lógica utilizada (por que não usar predicados ao invés de proposições ou vice-versa):
 - (a) Um livro assinado pelo Donald Knuth é garantidamente um livro de qualidade.
 - (b) O câncer não será curado a menos que sua causa seja determinada e uma nova droga para tratamento do câncer seja descoberta.
 - (c) Se o nível do barômetro descer então vai chover ou vai nevar.
 - (d) Não existe um lugar onde você pode conseguir um almoço melhor do que na Lancheria do Alemão.
 - (e) Meu programa funciona. Um programa funciona somente se não possui erros. Logo, posso concluir que meu programa não tem erros.
 - (f) Meu programa funciona, mas o programa do colega não. Um programa funciona somente se não possui erros, logo posso concluir que existe pelo menos um programa que possui erros.
2. Seja o seguinte modelo para lógica de primeira ordem:

Universo de valores: o conjunto de todos os programas e de todos os recursos alocáveis.

Letras predicativas(aridade): $S(1)$ - programa seqüencial, $C(1)$ - programa concorrente, $D(1)$ - programa em deadlock, $R(1)$ - recurso alocável, $A(2)$ - um programa está com um recurso alocado, $T(2)$ - um programa está tentando alocar um recurso.

Dado este modelo, determine o que cada uma das sentenças lógicas abaixo significa:

 - (a) $\forall x(S(x) \rightarrow C(x))$
 - (b) $\forall x(D(x) \rightarrow C(x))$
 - (c) $\forall x(S(x) \rightarrow \neg D(x))$

- (d) $\forall x(D(x) \rightarrow \exists y\exists z(C(y) \wedge R(z) \wedge A(y, z) \wedge T(x, z)))$
 (e) $\forall x\forall y\forall a\forall b(((A(x, a) \wedge A(y, b) \wedge T(x, b) \wedge T(y, a)) \rightarrow (D(x) \wedge D(y)))$

3. Utilizando as seguintes letras sentenciais, formalize os seguintes argumentos:

| | |
|---|-----------------------------------------------|
| C | A conclusão deste argumento é verdadeira. |
| P | As premissas deste argumento são verdadeiras. |
| S | Este argumento é correto. |
| V | Este argumento é válido. |

- (a) Este argumento não é incorreto. Portanto, este argumento é correto.
 (b) Este argumento é válido somente se for correto. Como o argumento não é válido, então ele não é correto.
 (c) Este argumento é correto se e somente se todas as suas premissas forem verdadeiras. Mas nem todas as suas premissas são verdadeiras, logo ele é incorreto.
 (d) Se este argumento for válido e todas as suas premissas forem verdadeiras, então ele será correto. Se ele for correto, então sua conclusão será verdadeira. Todas as suas premissas são verdadeiras. Portanto, se este argumento for válido, então sua conclusão será verdadeira.
 (e) Este argumento será incorreto somente se nem todas as suas premissas forem verdadeiras ou se ele for inválido. Mas ele é válido e todas as suas premissas são verdadeiras. Sendo assim, ele é correto.

4. Verifique a validade dos seguintes argumentos. Caso o argumento não seja válido, apresente um contra-exemplo:

- (a) $p \rightarrow q \vdash ((p \wedge q) \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow (p \wedge q))$
 (b) $p \rightarrow q, p \wedge \neg q \vdash p$
 (c) $p \rightarrow (q \wedge r), p \vdash r \wedge \neg q$

5. Mostre, através de uma prova formal, que os argumentos abaixo são válidos:

- (a) $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)$
 (b) $\neg p \rightarrow p \vdash p$
 (c) $\neg p \vee q \vdash \neg(p \wedge \neg q)$
 (d) $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \vdash p \leftrightarrow r$
 (e) $p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \vdash \neg p$
 (f) $\neg p \leftrightarrow (\neg q \vee \neg r), r \wedge q \vdash p$

6. Verifique a validade dos seguintes argumentos. Caso o argumento seja inválido, apresente um contra-exemplo.

- (a) $(p \vee q) \wedge (p \vee r) \vdash \neg p \rightarrow (q \wedge r)$
- (b) $p \rightarrow (q \rightarrow \neg r), r \vdash \neg p \vee q$
- (c) $p \rightarrow q, r \rightarrow q, p \vdash \neg r$
- (d) $\neg p \vee \neg q, r \rightarrow p, \neg \neg q \vee \neg s \vdash s \vee \neg r$
- (e) $(\neg p \vee q) \vee r, (q \vee r) \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$
- (f) $\neg s \rightarrow (\neg p \vee \neg v), v \wedge p \vdash s$
- (g) $\exists x f(x) \vdash \forall x f(x)$
- (h) $\exists x(f(x) \wedge g(x)) \vdash \exists x f(x) \wedge \exists x g(x)$
- (i) $\exists x f(x) \wedge \exists x g(x) \vdash \exists x(f(x) \wedge g(x))$
- (j) $\forall x f(x) \vee \forall x g(x) \vdash \forall x(f(x) \vee g(x))$
- (k) $\forall x(f(x) \vee g(x)) \vdash \forall x f(x) \vee \forall x g(x)$
- (l) $\vdash \forall x(f(x) \vee \neg f(x))$

7. Marque V ou F nas afirmativas abaixo, consoante as mesmas sejam verdadeiras ou falsas. Para cada F marcado, explique o porquê da afirmativa ser falsa.

- (a) () A lógica proposicional e a lógica de predicados são equivalentes do ponto de vista das coisas que podem expressar.
- (b) () A palavra “afirmativa” pode ser substituída pela palavra “proposição” no enunciado dessa questão sem que o significado da questão seja alterado.
- (c) () A palavra “afirmativa” pode ser substituída pela palavra “predicado” no enunciado dessa questão sem que o significado da questão seja alterado.
- (d) () A veracidade uma fórmula da lógica de primeira ordem pode ser inferida a partir do valor verdade dos predicados envolvidos e da semântica dos operadores lógicos e dos quantificadores da fórmula.
- (e) () A veracidade uma fórmula da lógica proposicional pode ser inferida apenas a partir do valor verdade das proposições envolvidas e da semântica dos operadores lógicos da fórmula.
- (f) () A fórmula $\neg(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\varphi \vee \neg\psi)$ é uma contradição.

8. Sejam $P_1 = \{\varphi \leftrightarrow \psi, \psi \leftrightarrow \chi, \varphi\}$ e $P_2 = \{\varphi \leftrightarrow \psi, \psi \leftrightarrow \chi, \chi\}$ dois conjuntos de premissas, onde φ, ψ e χ são quaisquer fórmulas da lógica de predicados. Seja $C_i = \{\rho \mid P_i \vdash \rho\}$, para $i = 1, 2$.

- (a) Explique o que os conjuntos C_1 e C_2 contém.
- (b) Mostre que $C_1 = C_2$.